

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ КРАСНОЯРСКОГО КРАЯ
КРАЕВОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«КРАСНОЯРСКИЙ КОЛЛЕДЖ ОТРАСЛЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
И ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВА»

РАССМОТРЕНО

методической комиссией
протокол № 6 от «20» июня 2024 г.

УТВЕРЖДЕНО

Директор КГБПОУ «Красноярский колледж
отраслевых технологий и
предпринимательства»

_____/Н. В. Журова/
Приказ № 01-60-2П от «01» июля 2024 г.

АДАптиРОВАННАЯ ПРОГРАММА ПОДГОТОВКИ
СПЕЦИАЛИСТОВ СРЕДНЕГО ЗВЕНА

09.02.07 Информационные системы и программирование

на базе среднего общего образования

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ И ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

ОП.10 Численные методы

Зам. директора по УР _____ / Е.В. Миля /
подпись

Красноярск 2024

Организация-разработчик: Организация-разработчик: КГБПОУ «Красноярский колледж
отраслевых технологий и предпринимательства»

Разработчики: Боевко Елена Николаевна, преподаватель

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
2. ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ И
ОФОРМЛЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ
3. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ И
ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ
4. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

1.ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания к проведению практических занятий и лабораторных работ по учебной дисциплине ОП.10 Численные методы, предназначены для обучающихся СПО по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

Уровень профессиональной подготовки по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование, определяемый ФГОС СПО, предусматривает владение практическими навыками выбора материалов для профессиональной деятельности.

Формируемые компетенции, реализуемые в процессе выполнения практических занятий и лабораторных работ:

умения	- использовать основные численные методы решения математических задач; - выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи; - давать математические характеристики точности исходной информации и оценивать точность полученного численного решения; - разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата.
знания	- методы хранения чисел в памяти электронно-вычислительной машины (далее – ЭВМ) и действия над ними, оценку точности вычислений; - методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ.

Выполнение лабораторных работ способствует формированию и развитию общих и профессиональных компетенций:

Код	Наименование общих компетенций
ОК 01.	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
ОК 02.	Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.
ОК 04.	Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.
ОК 05.	Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.
ОК 09.	Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.
ОК 10.	Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языке.

Код	Наименование профессиональных компетенций
ПК 3.4.	Проводить сравнительный анализ программных продуктов и средств разработки, с целью выявления наилучшего решения согласно критериям, определенным техническим заданием.
ПК 5.1.	Собирать исходные данные для разработки проектной документации на информационную систему.

Формируемые личностные результаты: ЛР 02, ЛР 04, ЛР 05, ЛР 06, ЛР 09, ЛР 10, ЛР 11.

2. ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Лабораторные (практические) работы выполняются обучающимися по графику, составленному в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины ОП.10 Численные методы.

Учебная дисциплина ОП.10 Численные методы зависит от содержания лабораторных (практических) работ, которые соответствуют более глубокому освоению дисциплины, закреплению теоретических знаний и прививают обучающимся практические навыки самостоятельной работы.

Задача лабораторных работ (практических занятий) – закрепить теоретические знания обучающихся.

Согласно учебного плана по специальности и программы учебной дисциплины ОП.10 Численные методы на лабораторные занятия обучающихся выделено 18 академических часов, из них:

№ и наименование разделов (тем)	Количество часов
Лабораторная работа № 1 по теме «Действия с приближенными числами»	2
Лабораторная работа № 2 по теме «Численное решение уравнений методом половинного деления и итераций»	2
Лабораторная работа № 3 по теме «Численное решение уравнений методом секущих и хорд»	2
Лабораторная работа № 4 по теме «Решение систем линейных уравнений методом простой итерации»	1
Лабораторная работа № 5 по теме «Решение систем линейных уравнений методом Зейделя»	2
Лабораторная работа № 6 по теме «Интерполирование функций»	1
Лабораторная работа № 7 по теме «Численное дифференцирование»	2
Лабораторная работа № 8 по теме «Численное интегрирование с помощью формул прямоугольников и трапеций»	1
Лабораторная работа № 9 по теме «Численное интегрирование с помощью формул Симпсона, Ньютона-Котеса и Гаусса»	2
Лабораторная работа № 10 по теме «Метод последовательного дифференцирования»	1
Лабораторная работа № 11 по теме «Численное решение дифференциальных уравнений»	2
ИТОГО:	18

3. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Цель лабораторных работ: изучить особенности различных методов решения алгебраических и трансцендентных уравнений различными методами, приобрести навыки решения СЛАУ, уравнений, с помощью средств MS Excel выполнения задания.

Исходя, из поставленных целей в работе будут решаться следующие задачи:

- изучить методы хранения чисел в памяти ЭВМ и действия над ними, оценку точности вычислений, т.е. действия с приближенными числами;
- изучить методы решения основных математических задач – интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ;
- использовать основные численные методы решения математических задач;
- разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата.

Закрепление знаний по: изученному материалу дисциплины численные методы.

Ознакомиться: с различными методами решения СЛАУ, уравнений, вычисления дифференциальных и интегрируемых функций.

При выполнении лабораторной работы формируются навыки: работы с математическими задачами и применять их в разработке различных компьютерных программ.

Научиться пользоваться:

–различными вычислительными методами решения СЛАУ, уравнений, вычисления дифференциальных и интегрируемых функций.

4. СОДЕРЖАНИЕ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Лабораторная работа № 1 по теме «Действия с приближенными числами» (2 часа)

Цель занятия: научиться вычислять приближенное значение величины и определять точность приближения.

Оборудование: методические материалы по теме «Погрешности».

Задания для подготовки к практическому занятию:

1. Абсолютная и относительная погрешности;
2. Классификация видов погрешностей.

Задание №1.

Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры:

а) в строгом смысле; б) в широком смысле.

№ варианта	а)	б)
1	11,445	2,043
2	8,345	0,288
3	0,374	4,348
4	41,72	0,678
5	18,357	2,16
6	14,862	8,73
7	0,3648	21,7
8	0,5746	236,58

9	5,634	0,0748
10	20,43	0,576

Задание №2.

Число x , все цифры которого верны в строгом смысле, округлить до трех значащих цифр. Для полученного результата $x_1 \approx x$ вычислить границы абсолютной и относительной погрешностей. В записи числа x_1 указать количество верных цифр по погрешности.

№ варианта	x
1	3549
2	32,147
3	0,0002568
4	7,544
5	198,745
6	37,4781
7	0,183814
8	0,009145
9	11,3721
10	0,2538

Задание № 3

Вычислить значение величины Z при заданных значениях чисел a, b, c используя систематический учет абсолютных погрешностей после каждой операции, а также с помощью метода границ. Найти абсолютную и относительную погрешности z и определить по ним количество верных цифр в z , если цифры a, b, c верны в строгом смысле.

№ варианта	Задание	Исходные данные
1	$z = \frac{\ln(b+c)}{b-ac}$	$a = 0,0399$ $b = 4,83$ $c = 0,0721$
2	$z = \frac{ab}{\cos(c-a)}$	$a = 5,52$ $b = 3,27$ $c = 14,123$
3	$z = \frac{\sin(a+\sqrt{b})}{a-\sin(c)}$	$a = 2,258$ $b = 0,027$ $c = 9,87$
4	$z = \frac{\sqrt{a+b}}{a-c}$	$a = 1,0574$ $b = 1,40$ $c = 1,1236$
5	$z = \frac{a-tg(b)}{c+b}$	$a = 3,49$ $b = 0,845$ $c = 0,0037$
6	$z = \frac{ac+3b}{\sqrt{b-c}}$	$a = 0,0976$ $b = 2,371$ $c = 1,15887$
7	$z = \frac{\ln(a-b)}{\sqrt{b+c}}$	$a = 82,3574$ $b = 34,12$ $c = 7,00493$
8	$z = \frac{a^2-b}{\sqrt{ab-c}}$	$a = 3,71452$ $b = 3,03$ $c = 0,756$

9	$z = \frac{b + \cos(c)}{b + a}$	a = 0,11587 b = 4,256 c = 3,00971
10	$z = \frac{(b - c)}{a + b}$	a = 4,05 b = 6,723 c = 0,03254

Критерии оценивания практической работы

Оценка «5» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью;
2. В логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
3. В решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
2. Допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

1. Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент (обучающийся) владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если:

1. Допущены существенные ошибки, показавшие, что студент (обучающийся) не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Оформление работы	
Лист 1. Практическая работа по теме «Действия с приближенными числами» Выполнил: _____ (ФИО) группа: _____ Проверил: _____ (ФИО) Оценка: _____	Лист 2. № примера Решение: Чертеж Ответ:

Лабораторная работа № 2 по теме «Численное решение уравнений методом половинного деления и итераций» (2 часа)

Цель занятия: изучить особенности различных методов решения алгебраических и трансцендентных уравнений методом половинного деления и методом итераций, приобрести навыки решения СЛАУ с помощью средств MS Excel выполнения задания.

Оборудование: методические материалы по теме «Численное решение уравнений», компьютер с программой MS Office Excel.

Задания для подготовки к практическому занятию:

1. Метод половинного деления;
2. Метод итераций (последовательных приближений).

Задание 1. Отделить корни алгебраического уравнения графическим или аналитическим способом и уточнить корни методом половинного деления до 0,01.

Вар.	Задание	Вар.	Задание
I	$x^3 + 3x + 1 = 0$	VI	$x^4 + x - 1 = 0$
II	$x^3 - 3x^2 + 2,5 = 0$	VII	$4x^3 - 3x^2 + 1 = 0$
III	$x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x = 0$	VIII	$x^3 + 3x^2 + 1 = 0$
IV	$x^3 + 1,7x^2 + 1,7 = 0$	IX	$x^3 + 3x^2 + 4x + 1 = 0$
V	$x^3 - 2x^2 + 7 = 0$	X	$2x^3 + 2x^2 - x - 3 = 0$

Задание 2. Отделить корни трансцендентного уравнения графическим способом и уточнить минимальный корень уравнения методом касательных до 0,001.

Вариант	Задание	Вариант	Задание
I	$x - \sin x - 1 = 0$	VI	$\operatorname{tg} x = -x$
II	$5^x - 6x - 3 = 0$	VII	$x \operatorname{tg} x = 1$
III	$2x^2 - 0,5^x - 3 = 0$	VIII	$2\sqrt{x} + x^2 = 3$
IV	$\sqrt{x} = 1,5x - 3$	IX	$e^x = (1+x)^2$
V	$x^2 - \sin x = 0$	X	$\operatorname{tg} x = -x^3$

Задание 3. Отделить корни трансцендентного уравнения графическим способом и уточнить максимальный корень уравнения методом хорд до 0,001.

Вариант	Задание	Вариант	Задание
I	$5\sqrt{x} = x^2$	VI	$x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0$
II	$x \lg(x+1) - 1 = 0$	VII	$\sin(x + \pi) = x^2$
III	$x - 2 \sin x = 0$	VIII	$\sin 3x = x$
IV	$x^2 - \cos x = 0$	IX	$\sqrt{x} + \sin x = 0$
V	$2^x = \sqrt{x+1}$	X	$(x-1)^2 = \sin x$

Критерии оценивания практической работы

Оценка «5» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью;
2. В логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
3. В решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
2. Допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

1. Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент (обучающийся) владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если:

1. Допущены существенные ошибки, показавшие, что студент (обучающийся) не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Оформление работы

Лист 1. Практическая работа по теме «Действия с приближенными числами» Выполнил: _____ (ФИО) группа: _____ Проверил: _____ (ФИО) Оценка: _____	Лист 2. № примера Решение: Чертеж Ответ:
--	---

**Лабораторная работа № 3 по теме «Численное решение уравнений методом секущих и хорд»
(2 часа)**

Цель занятия: изучить особенности различных методов решения алгебраических и трансцендентных уравнений методом секущих и хорд, приобрести навыки решения СЛАУ с помощью средств MS Excel выполнения задания.

Оборудование: методические материалы по теме «Численное решение уравнений», компьютер с программой MS Office Excel.

Задания для подготовки к практическому занятию:

1. Метод половинного деления;
2. Метод итераций (последовательных приближений);
3. Метод Ньютона. Метод секущих и хорд.

Задание 1. Отделить корни алгебраического уравнения $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ графическим или аналитическим способом и уточнить корни комбинированным методом хорд и касательных до 0,001.

Вар.	Коэффициенты			
	a	b	c	d
I	1	-0,2	0,4	-1,6
II	2	-0,1	0,3	-1,4
III	1	-0,3	0,1	-1,3
IV	2	-0,4	0,2	-1,1
V	1	-0,5	0,4	-1,2
VI	2	-0,1	0,2	-1,7
VII	2	-0,2	0,5	-1,9
VIII	1	-0,4	0,2	-1,5
IX	2	-0,5	0,3	-1,8
X	1	-0,1	0,4	-1,1

Задание 2. Отделить корни трансцендентного уравнения графическим способом и уточнить их методом итераций до 0,001.

Вариант	Задание	Вариант	Задание
I	$-0,5x = \cos 2x$	VI	$x = 2\sin 2x$
II	$-x/3 = \sin 3x$	VII	$-x = 5\sin 3x$
III	$-0,3x = \cos x$	VIII	$\cos 3x = 2x$
IV	$0,4x = \cos(0,5x)$	IX	$4\sin(1,5x) - 2,8x = 0$
V	$-x = 4\cos x$	X	$\cos(2,5x) - 4x = 0$

Критерии оценивания практической работы

Оценка «5» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью;
2. В логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
3. В решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
2. Допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

1. Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент (обучающийся) владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если:

1. Допущены существенные ошибки, показавшие, что студент (обучающийся) не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Оформление работы	
Лист 1. Практическая работа по теме «Действия с приближенными числами» Выполнил: _____ (ФИО) группа: _____ Проверил: _____ (ФИО) Оценка: _____	Лист 2. № примера Решение: Чертеж Ответ:

Лабораторная работа № 4 по теме «Решение систем линейных уравнений методом простой итерации» (1 час)

Цель занятия: изучить особенности различных методов решения систем линейных алгебраических уравнений (далее — СЛАУ), приобрести навыки решения СЛАУ с помощью средств MS Excel выполнения задания.

Оборудование: методические материалы по теме «Численное решение систем уравнений», компьютер с программой MS Office Excel.

Задания для подготовки к практическому занятию:

1. Метод Гаусса. Метод простой итерации.

Задание 1. Решить систему с тремя неизвестными методом простой итерации

Вариант	
1	$\begin{cases} 5x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -46 \\ 3x_1 + 4x_2 - 4x_3 = -34 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -2 \end{cases}$

2	$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - 3x_3 = -37 \\ 4x_1 + 6x_2 - 2x_3 = -26 \\ -2x_1 + 9x_2 - 4x_3 = -67 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 - 5x_3 = -34 \\ 2x_1 + 6x_2 - 8x_3 = -26 \\ -2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = -29 \end{cases}$
4	$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -13 \\ 5x_1 - 8x_2 - 2x_3 = -19 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 33 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 29 \\ 9x_1 + 8x_2 - 5x_3 = -13 \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15 \end{cases}$
6	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 13 \\ 4x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 13 \\ 2x_1 - 4x_2 + 4x_3 = 8 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 44 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 26 \\ 4x_1 - 2x_2 + 8x_3 = 60 \end{cases}$
8	$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -10 \\ -8x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -28 \\ 6x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -27 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 6x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -28 \\ 5x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -20 \\ 4x_1 - 2x_2 + 8x_3 = -14 \end{cases}$
10	$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 34 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 16 \\ 3x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 25 \end{cases}$

Критерии оценивания практической работы

Оценка «5» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью;
2. В логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
3. В решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
2. Допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

1. Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент (обучающийся) владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если:

1. Допущены существенные ошибки, показавшие, что студент (обучающийся) не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Оформление работы	
Лист 1. Практическая работа по теме «Действия с приближенными числами» Выполнил: _____ (ФИО) группа: _____ Проверил: _____ (ФИО) Оценка: _____	Лист 2. № примера Решение: Чертеж Ответ:

**Лабораторная работа № 5 по теме «Решение систем линейных уравнений методом Зейделя»
(2 часа)**

Цель занятия: изучить особенности различных методов решения систем линейных алгебраических уравнений (далее — СЛАУ), приобрести навыки решения СЛАУ с помощью средств MS Excel выполнения задания.

Оборудование: методические материалы по теме «Численное решение систем уравнений», компьютер с программой MS Office Excel.

Задания для подготовки к практическому занятию:

1. Метод Гаусса. Метод простой итерации.
2. Метод Зейделя.

Задание 1. Используя методы Гаусса, простых итераций и Зейделя, разработайте схемы соответствующих алгоритмов решения СЛАУ в среде MS Excel.

Найдите решение системы

$$\begin{cases} 20,9x_1 + 1,2x_2 + 2,1x_3 + 0,9x_4 = 21,7, \\ 1,2x_1 + 21,2x_2 + 1,5x_3 + 2,5x_4 = 27,46, \\ 2,1x_1 + 1,5x_2 + 19,8x_3 + 1,3x_4 = 28,76, \\ 0,9x_1 + 2,5x_2 + 1,3x_3 + 32,1x_4 = 49,72. \end{cases}$$

Критерии оценивания практической работы

Оценка «5» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью;
2. В логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
3. В решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);

2. Допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

1. Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент (обучающийся) владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если:

1. Допущены существенные ошибки, показавшие, что студент (обучающийся) не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Оформление работы	
Лист 1. Практическая работа по теме «Действия с приближенными числами» Выполнил: _____ (ФИО) группа: _____ Проверил: _____ (ФИО) Оценка: _____	Лист 2. № примера Решение: Чертеж Ответ:

Лабораторная работа № 6 по теме «Интерполирование функций» (1 час)

Цель занятия: Закрепить навыки составления интерполяционных многочленов Лагранжа, построения кубического сплайна.

Оборудование: методические материалы по теме «Приближение функций», компьютер с программой MS Office Excel.

Задания для подготовки к практическому занятию:

1. Интерполяционный полином Лагранжа. Интерполяционные формулы Ньютона.
2. Погрешность интерполяционного полинома Лагранжа. интерполирование сплайнами.

Задание 1. По данной таблице построить интерполяционный многочлен Лагранжа.

Вариант 1			
x	-1	0	3
y	-3	5	2
Вариант 2			
x	2	3	5
y	4	1	7
Вариант 3			
x	0	2	3
y	-1	-4	2
Вариант 4			
x	7	9	13
y	2	-2	3
Вариант 5			
x	-3	-1	3
y	7	-1	4

Задание 2. Найти приближенное значение функции в указанной точке.

Вариант 1

x	0,43	0,48	0,55	0,62	0,7	0,75
y	1,63597	1,73234	1,87686	2,03345	2,22846	2,35973
arg=0,702						
Вариант 2						
x	0,02	0,08	0,12	0,17	0,23	0,3
y	1,02316	1,0959	1,14725	1,21483	1,3012	1,40976
arg=0,102						
Вариант 3						
x	0,35	0,41	0,47	0,51	0,56	0,64
y	2,73951	2,3008	1,96864	1,78776	1,59502	1,3431
arg=0,526						
Вариант 4						
x	0,41	0,46	0,52	0,6	0,65	0,72
y	2,57418	2,32513	2,09336	1,86203	1,74926	1,62098
arg=0,616						
Вариант 5						
x	0,68	0,73	0,8	0,88	0,93	0,99
y	0,80866	0,89492	1,02964	1,20966	1,34087	1,52368
arg=0,896						

Задание 3. Построить эмпирическую формулу для функции y , заданной таблицей (воспользоваться интерполяционной формулой Ньютона):

	1	2	3	4	5
1,1	0,048809	0,065602	0,235622	2,024114	3,024114
1,2	0,095445	0,129243	0,285172	2,046635	3,046635
1,3	0,140175	0,191138	0,337167	2,06779	3,06779
1,4	0,183216	0,251465	0,391022	2,087757	3,087757
1,5	0,224745	0,310371	0,446254	2,106682	3,106682
1,6	0,264911	0,367981	0,502475	2,124683	3,124683

Критерии оценивания практической работы

Оценка «5» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью;
2. В логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
3. В решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
2. Допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

1. Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент (обучающийся) владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если:

1. Допущены существенные ошибки, показавшие, что студент (обучающийся) не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Оформление работы	
Лист 1. Практическая работа по теме «Действия с приближенными числами» Выполнил: _____ (ФИО) группа: _____ Проверил: _____ (ФИО) Оценка: _____	Лист 2. № примера Решение: Чертеж Ответ:

**Лабораторная работа № 7 по теме «Численное дифференцирование»
(2 часа)**

Цель занятия: Научиться вычислять значения производных функции в точке x по заданной таблично функции $y = f(x)$ методом численного дифференцирования.

Оборудование: методические материалы по теме «Численное дифференцирование», компьютер с программой MS Office Excel.

Задания для подготовки к практическому занятию:

1. Формулы численного дифференцирования для трех равноотстоящих узлов.
2. Формулы численного дифференцирования для четырех равноотстоящих узлов.

Задание 1. Для заданной таблицы значений функции из варианта составить таблицу конечных

разностей. Записать формулы численного дифференцирования, основанные на многочленах Ньютона. С помощью интерполяционных многочленов Ньютона в среде Excel найти значение 1-ой и 2-ой производных при данных значениях аргумента для функции заданной таблично, т.е. $y'(x)$ и $y''(x)$. Продемонстрировать и распечатать.

Вариант	таблица	$x=$
1	1	2,4
2	2	1,6
3	1	3,12
4	2	3,27
5	1	4,5
6	2	6,3
7	1	4,04
8	2	5,85
9	1	2,45
10	2	1,68

Таблица 1			
x	$y(x)$	x	$y(x)$
2,4	3,526	3,6	4,222
2,6	3,782	3,8	4,331
2,8	3,945	4,0	4,507
3,0	4,043	4,2	4,775
3,2	4,104	4,4	5,159
3,4	4,155	4,6	5,683

Таблица 2		
-----------	--	--

x	y(x)	x	y(x)
1,5	10,517	4,5	8,442
2,0	10,193	5,0	8,482
2,5	9,807	5,5	8,862
3,0	9,387	6,0	9,701
3,5	8,977	6,5	11,132
4,0	8,637	7,0	13,302

Критерии оценивания практической работы

Оценка «5» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью;
2. В логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
3. В решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
2. Допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

1. Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент (обучающийся) владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если:

1. Допущены существенные ошибки, показавшие, что студент (обучающийся) не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Оформление работы	
Лист 1. Практическая работа по теме «Действия с приближенными числами» Выполнил: _____ (ФИО) группа: _____ Проверил: _____ (ФИО) Оценка: _____	Лист 2. № примера Решение: Чертеж Ответ:

Лабораторная работа № 8 по теме «Численное интегрирование с помощью формул прямоугольников и трапеций» (1 час)

Цель занятия: Приобретение навыков вычисления интегралов приближенными методами.

Оборудование: методические материалы по теме «Численное интегрирование», компьютер с программой MS Office Excel.

Задания для подготовки к практическому занятию:

1. Формула прямоугольников. Формула трапеций.

Задание 1. Определить погрешности интеграла, вычисленного с помощью формулы трапеций и прямоугольников.

1 вариант. $\int_0^3 x^2 e^{x^3} dx$

2 вариант. $\int_{-1}^2 \frac{4x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}$

3 вариант. $\int_0^{2\pi} x^2 \sin x dx$

4 вариант. $\int_0^{\pi} e^x \sin x dx$

5 вариант. $\int_1^2 \frac{3x^2 dx}{(1+x^3)^2}$

6 вариант. $\int_0^1 \frac{e^x dx}{e^x + 2}$

7 вариант. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{2x dx}{1+x^2}$

8 вариант. $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$

9 вариант. $\int_1^2 x^3 \ln x dx$

10 вариант. $\int_0^{\pi/2} e^{\sin x} \cos x dx$

Критерии оценивания практической работы

Оценка «5» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью;
2. В логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
3. В решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
2. Допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

1. Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент (обучающийся) владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если:

1. Допущены существенные ошибки, показавшие, что студент (обучающийся) не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Оформление работы	
Лист 1. Практическая работа по теме «Действия с приближенными числами» Выполнил: _____ (ФИО) группа: _____ Проверил: _____ (ФИО) Оценка: _____	Лист 2. № примера Решение: Чертеж Ответ:

**Лабораторная работа № 9 по теме «Численное интегрирование с помощью формул Симпсона, Ньютона-Котеса и Гаусса»
(2 часа)**

Цель занятия: Приобретение навыков вычисления интегралов приближенными методами.

Оборудование: методические материалы по теме «Численное интегрирование».

Задания для подготовки к практическому занятию:

1. Формула прямоугольников. Формула трапеций.
2. Формулы Ньютона-Котеса: методы прямоугольников, трапеций, парабол.
3. Формула Симпсона. Интегрирование с помощью формул Гаусса.

Задание 1. Используя формулу Симпсона, вычислить значения заданного интеграла и, применив правило Рунге, найти наименьшее значение n (наибольшее значение шага h), при котором каждая из указанных формул дает приближенное значение интеграла с погрешностью ε , не превышающей заданную. Используя квадратурную формулу Гаусса $(2n-1)$ -го порядка точности вычислить приближенное значение заданного интеграла.

№ варианта	Интеграл
1	$\int_0^1 \cos(x + x^3) dx$
2	$\int_0^1 \sin(x^2 + 2x^3 + x^4) dx$
3	$\int_1^2 \frac{dx}{\ln(1+x)}$
4	$\int_0^1 \exp(\sin x) dx$
5	$\int_1^2 x^{-2} \exp(-2x) dx$

Критерии оценивания практической работы

Оценка «5» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью;
2. В логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
3. В решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
2. Допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

1. Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент (обучающийся) владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если:

1. Допущены существенные ошибки, показавшие, что студент (обучающийся) не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Оформление работы	
Лист 1. Практическая работа по теме «Действия с приближенными числами» Выполнил: _____ (ФИО) группа: _____ Проверил: _____ (ФИО) Оценка: _____	Лист 2. № примера Решение: Чертеж Ответ:

Лабораторная работа № 10 по теме «Метод последовательного дифференцирования» (1 час)

Цель занятия: Приобретение навыков вычисления интегралов приближенными методами.

Оборудование: методические материалы по теме «Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений».

Задания для подготовки к практическому занятию:

1. Метод ломаных Эйлера.
2. Утонченная схема Эйлера.

Задание 1.

Методом последовательного дифференцирования найти пять первых членов (отличных от нуля) разложения в ряд решения уравнения $y'' = f(x, y, y')$, удовлетворяющего начальным условиям $y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y'_0$.

№ варианта	Уравнение $y'' = f(x, y, y')$	Начальные условия $y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y'_0$.
------------	----------------------------------	---

1	$y'' = x + y^2$	$y(0) = 0, y'(0) = 1$
2	$y'' = xy^2$	$y(0) = 1, y'(0) = 1$
3	$y'' = (2x - 1)y - 1$	$y(0) = 0, y'(0) = 1$
4	$y'' = e^y + x$	$y(0) = 1, y'(0) = 0$
5	$y'' = \sin y - \sin x$	$y(0) = 0, y'(0) = 0$
6	$y'' - ye^x = 0$	$y(0) = 2, y'(0) = 1$
7	$y'' = x + y \cos x$	$y(0) = 1, y'(0) = 0$
8	$y'' - x^2 y = 0$	$y(0) = 0, y'(0) = 0$
9	$y'' - y \cos x = 0$	$y(0) = 3, y'(0) = 0$
10	$y'' - xy = 0$	$y(0) = 0, y'(0) = 1$
11	$y'' - y' \sin x + y = 1$	$y(0) = 1, y'(0) = 1$
12	$y'' + xy = 0$	$y(0) = 1, y'(0) = 0$
13	$y'' + xy' + y = 0$	$y(0) = 0, y'(0) = 1$
14	$y'' = xy y'$	$y(0) = 1, y'(0) = 1$
15	$xy'' + y = 0$	$y(0) = 0, y'(0) = 1$

Критерии оценивания практической работы

Оценка «5» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью;
2. В логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
3. В решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

1. Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
2. Допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

1. Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент (обучающийся) владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если:

1. Допущены существенные ошибки, показавшие, что студент (обучающийся) не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Оформление работы

Лист 1. Практическая работа по теме «Действия с приближенными числами» Выполнил: _____ (ФИО) группа: _____ Проверил: _____ (ФИО) Оценка: _____	Лист 2. № примера Решение: Чертеж Ответ:
--	---

**Лабораторная работа № 11 по теме «Численное решение дифференциальных уравнений»
(2 часа)**

Цель занятия: Закрепить навыки решения обыкновенных дифференциальных уравнений различными методами.

Оборудование: методические материалы по теме «Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений», программа MS Office Excel.

Задания для подготовки к практическому занятию:

1. Метод ломаных Эйлера.
2. Утонченная схема Эйлера.
3. Метод Рунге-Куты.
4. Численное решение дифференциальных уравнений.

Задание 1.

Решить дифференциальное уравнение методом Эйлера и методом Рунге-Кутта 4-го порядка ($n=5$).

№ варианта	Уравнение
1	$y' = x + 2y, y(0)=1$
2	$y' = e^{-x}, y(0)=1$
3	$y' = \frac{xy - y^2}{x^2 - 2xy}, y(1)=1$
4	$y' = \frac{x + y}{x - y}, y(1)=0$
5	$y' = \frac{2y}{x}, y(1)=0$
6	$y' = \frac{x - y}{x + y}, y(1)=0$
7	$y' = \left[-\frac{x}{y} \right], y(0)=5$
8	$y' = 2y + 3, y(0)=3$
9	$y' = 2y^2 + y, y(0)=3$
10	$y' = e^x + 1, y(0)=0$

Критерии оценивания практической работы

Оценка «5» ставится, если:

4. Работа выполнена полностью;
5. В логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
6. В решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится, если:

3. Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
4. Допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится, если:

2. Допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент (обучающийся) владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится, если:

2. Допущены существенные ошибки, показавшие, что студент (обучающийся) не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Оформление работы	
Лист 1. Практическая работа по теме «Действия с приближенными числами» Выполнил: _____ (ФИО) группа: _____ Проверил: _____ (ФИО) Оценка: _____	Лист 2. № примера Решение: Чертеж Ответ:

Информационные источники

Печатные издания:

1. Лапчик М.П. Численные методы (2-е изд., стер.) учебник, М.: Академия, 2020.

Электронные издания (электронные ресурсы):

1. Портал Math.ru: библиотека, медиатека, олимпиады, задачи, научные школы, учительская, история математики <http://www.math.ru>.
2. Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru/collection/matematika>.